**«Действительный анализ» (2 курс, 4 семестр, 2020)**

1. **Собственные интегралы, зависящие от параметра.** Определение. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость – в случае постоянных пределов интегрирования. Непрерывность, дифференцируемость (формула Лейбница) – в случае переменных пределов интегрирования.
2. **Несобственные интегралы, зависящие от параметра.** Определение. Понятие равномерной сходимости интеграла на множестве, критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Дирихле-Абеля, Дини равномерной сходимости. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость несобственных интегралов. Теорема о несобственном интегрировании интегралов, зависящих от параметра. Примеры: вычисление интеграла Эйлера-Пуассона, интеграла Дирихле.
3. **Интегралы Эйлера.** Определения гамма-функции и бета-функции. Область определения, непрерывность и дифференцируемость. Формулы приведения для гамма-функции и бета-функции, гамма-функция полуцелого положительного аргумента. Связь между эйлеровыми интегралами.
4. **Формула Стирлинга.** Лемма о построении асимптотики методом Лапласа. Вывод асимптотики гамма-функции.
5. **Задача о наилучшем приближении в евклидовом пространстве. Общие ряды Фурье.** Бесконечномерные евклидовы и псевдоевклидовы пространства, нормированные и почти нормированные пространства. Ортонормированные системы, тригонометрическая система функций. Решение задачи о наилучшем приближении, тождество Бесселя, неравенство Бесселя.
6. **Замкнутые и полные системы.** Определение замкнутости системы. Равенство Парсеваля, сходимость ряда Фурье по норме. Полнота. Теорема о связи свойств замкнутости и полноты ортонормированных систем. Теорема о единственности ряда Фурье.
7. **Сходимость средних Чезаро для тригонометрического ряда Фурье.** Интегральные представления частичных сумм и их средних Чезаро для тригонометрического ряда Фурье (ТРФ). Ядра Дирихле, ядра Фейера, их свойства. Теорема Фейера о равномерной сходимости, локальная теорема Фейера.
8. **Замкнутость тригонометрической системы.** Теорема о замкнутости. Следствия замкнутости тригонометрической системы. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.
9. **Простейшие условия равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.** Равномерная сходимость ТРФ для функций, имеющих кусочно-непрерывную производную. Достаточные условия почленного дифференцирования ТРФ. Оценка скорости сходимости.
10. **Уточненные условия сходимости тригонометрического ряда Фурье.** Свойства коэффициентов Фурье функций двух переменных. Главная часть частичной суммы ТРФ на множестве и в точке. Принцип локализации Римана. Функциональные классы Гёльдера, примеры. Равномерная сходимость ТРФ для функций из класса Гёльдера. Сходимость ТРФ в точке для функций, удовлетворяющих условию Гёльдера. Тригонометрический ряд Фурье на произвольном множестве, комплексная форма записи.
11. **Интеграл Фурье.** Понятие преобразования Фурье для функций из класса. Свойства образа Фурье. Косинус- и синус-преобразования Фурье. Понятие о разложении функции в интеграл Фурье. Теорема о разложении для функций из класса Гёльдера. Разложения в терминах косинус- и синус-преобразований Фурье.

**ТФКП**

---1. Стереографическая проекция.

---2. Функции комплексного переменного. Предел. Непрерывность.

3. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Аналитичность.

4. Теорема, Коши и её обобщение.

5. Интегральная формула Коши.

6. Принцип максимума модуля аналитической функции.

7. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума.

8. Разложение гармонических функций в ряды. Ряд Фурье для гармонической функции.

9. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Лиувилля.

10. Неопределённый интеграл. Теорема Морера.

11. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций.

12. Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема, Тейлора.

13. Теорема единственности аналитических функций. Нули аналитической функции.

14. Ряды Лорана. Теорема Лорана.

15. Классификация изолированных особых точек. Устранимая особая точка. Полюс.

16. Существенно особая точка. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.

17. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.

18. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.

19. Логарифмический вычет. Теорема, Руше. Принцип аргумента.

20. Аналитическое продолжение с вещественной оси. Элементарные функции.

21. Аналитическое продолжение с помощью рядов и через границу. Принцип непрерывности.

22. Аналитическое продолжение Гамма-функции Эйлера. Формула дополнения.

23. Основные принципы конформных отображений: принцип соответствия границ и принцип симметрии Римана-Шварца.

24. Свойство аналитической однолистной функции в области.

25. Локальное свойство однолистной функции. Отображение области на область при конформном отображении.

26. Дробно-линейная функция и её свойства.

27. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями.

28. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Случай круга и верхней полуплоскости.

29. Следствие из решения задачи Дирихле для круга. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами.

30. Функция Грина (функция источника).

---31. Преобразование Лапласа, и его основные свойства.

---32. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.